

## Matlab Problem of the Third Practice Day

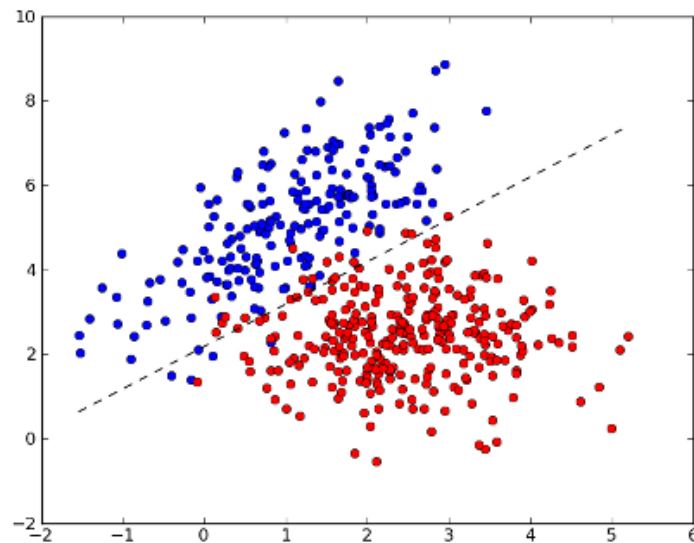
### Linear Classifier

다음 식을 만족하는 linear regression을 가정하자.

$$y = w^T \cdot x + w_0 + \varepsilon$$

$$x \in \mathbb{R}^N, w \in \mathbb{R}^N, y \in \mathbb{R}, w_0 \in \mathbb{R}$$

이 때,  $\varepsilon$  는 어떤 알려진 white gaussian noise를 가정하자. 특별히  $y$  를 {0,1}을 가정하는 class 로 보고 linear regression을 수행할 수 있다. 예컨대,  $y$  는 숫자 image vector  $x$  가 1에 속하는 지, 혹은 속하지 않는 지를 결정하는 indicator로 생각할 수 있다.



수업 시간에 배운 바와 같이 linear regression 방식으로 data를 classification해보자. 먼저, ML 방식으로 학습을 수행하여,  $w$  와  $w_0$  를 찾아야 할 것이다. PRML p.140~142에 따르면, Training data  $X \in \mathbb{R}^{D \times N}$  와  $Y \in \mathbb{R}^N$  에 대하여, 다음 수식이 성립한다. ( $w_0$ 의 값은 어떻게 구하는가?)

$$w_{ML} = (X^T X)^{-1} X^T Y$$

위의 수식을 이용하여, MNIST 숫자 image vector  $x$  가 1에 속하는 지, 혹은 속하지 않는 지를 결정하는 classifier의 parameter를 학습해보려고 하였다.

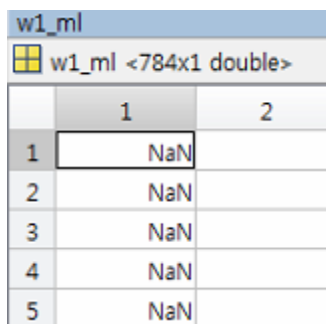
```
w1_ml = inv(train_x'*train_x)*train_x*(train_c==1);  
y = test_x*w1_ml;
```

Matlab Code: Parameter Learning and Inference of Linear Classifier (To Be Fixed)

그러나 다음과 같은 경고문이 뜨면서 잘 되지 않았다.

**Warning: Matrix is singular to working precision.**

w1\_ml에는 왠지 모를 NaN값이 가득 채워져 있었다.



w1_ml		
w1_ml <784x1 double>		
	1	2
1	NaN	
2	NaN	
3	NaN	
4	NaN	
5	NaN	

위의 문제를 해결하고, 주어진 아이디어를 바탕으로 linear classifier를 구현, confusion matrix를 만들자. 위의 linear classifier를 10-class 문제에 적용하기 위해서, image vector  $x$  가 숫자  $i$ 에 속하는 지 여부를 판단하는 linear classifier를 10개 만든 후, 할당된 class  $y$  값이 가장 높은 class를 예측 class 값으로 사용하는 방법을 생각해볼 수 있다 (one-versus-the-rest classifier). (multi-class 문제를 다루는 다른 방법이 있을까?)

```
confusion_matrix = zeros(10,10);  
...  
accuracy = sum(diag(confusion_matrix))/size(test_x,1)
```

Matlab Code: Linear Classifier (To be implemented)

우리는 그 중에 학습 데이터 1000개를 사용하여 학습하고, 테스트 데이터 100개를 사용하여 학습 결과를 검증할 것이다. 하지만, 이와 같은 방법으로 MNIST 학습 데이터 60000개를 모두 학습했을 때, matlab에서 잘 되는가?